早稲田大学 社会科学部 2019

1

(1) $C: x^2+y^2+x+(2k+1)y+k^2+1=0$ —①

これを整理すると、

$$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\left(y+k+\frac{1}{2}\right)^2=k-\frac{1}{2}$$ となる

これが円となるとき $k-\frac{1}{2}\geqq 0$

$\therefore\ k\geqq\frac{1}{2}$

(2) 求める領域を D とする。

$(x, y)\in D$ のとき、ある実数 k が存在し ① を満たす

つまり k についての方程式

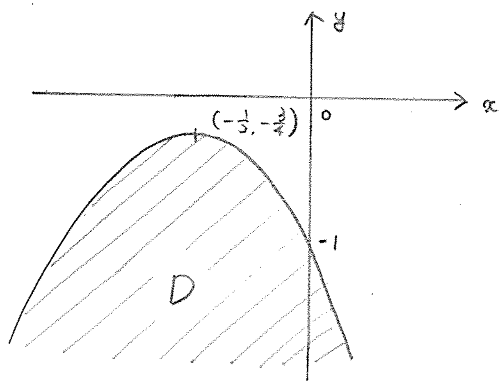
$$k^2+2yk+(x^2+y^2+x+y+1)=0$$

が実数解をもつ。

$$\therefore\ y^2-(x^2+y^2+x+y+1)\geqq 0$$

$$\therefore\ y\leqq-\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{3}{4}$$

この領域は下の斜線部分。ただし境界を含む



(3) (2) より D の境界線は $y=-\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-\frac{3}{4}$ —② である

このため、①, ② が共通解をもたない k の範囲をもとめれば良い。

共通解は ①, ② より

$$\left(-y-\frac{3}{4}\right)+\left(y+k+\frac{1}{2}\right)^2=k-\frac{1}{2}$$ を満たす。

整理して $(y+k)^2=0$ $\therefore\ y=-k$

また、② より $y\leqq-\frac{3}{4}$ であったから、

①, ② が共通解をもたないとき $k<\frac{3}{4}$ である

また、(1) より $\frac{1}{2}\leqq k$ であるから、

求める範囲は $\frac{1}{2}\leqq k<\frac{3}{4}$

慶早進学塾

2

(1) $y = f(x) = 4\left(x - \frac{1}{2}\cos\theta\right)^2 - \cos^2\theta + 3\sin^2\theta$

$= 4\left(x - \frac{1}{2}\cos\theta\right)^2 + \left(1 - 2\cos 2\theta\right)$ である.

よって 頂点 は $\left(\frac{1}{2}\cos\theta,\ 1 - 2\cos 2\theta\right)$ となる.

このため $a = 1 - 2\cos 2\theta$ である

$0 \leqq \theta < 2\pi$ のため. $\underline{-1 \leqq a \leqq 3}$ //

(2)

$b = \int_0^1 f(x)\,dx$

$= \left[\frac{4}{3}x^3 - 2x^2\cos\theta + 3x\sin^2\theta\right]_0^1$

$= \frac{4}{3} - 2\cos\theta + 3\sin^2\theta$

$= -3\left(\cos\theta + \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{14}{3}$ である.

ここで. $0 \leqq \theta < 2\pi$ より $-1 \leqq \cos\theta \leqq 1$ である

このため. $\underline{-\frac{2}{3} \leqq b \leqq \frac{14}{3}}$ //

(3) $f(x) = 0$ が 虚数解 をもつとき,

この 判別式 $D < 0$ である.

$\therefore \frac{D}{4} = 4\cos^2\theta - 12\sin^2\theta$

$= 4 - 16\sin^2\theta < 0$

$\therefore \frac{1}{4} < \sin^2\theta$. である.

また, $0 \leqq \theta < 2\pi$ のため $\frac{1}{4} < \sin^2\theta \leqq 1$ となる ―①

ここで. 解 と 係数 との 関係 により

$c = \frac{3}{4}\sin^2\theta$ である.

よって ① より. $\underline{\frac{3}{16} < c \leqq \frac{3}{4}}$ //

(1) 1回目が奇数で $X=5$ となる確率は $\frac{1}{6}$ であり、

1回目が偶数で $X=5$ となる確率は $\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}=\frac{1}{12}$ である。

よって $X=5$ となる確率は $\frac{1}{6}+\frac{1}{12}=\frac{1}{4}$ である

このため、求める条件付確率は

$$\frac{1}{6}\cdot 4=\underline{\frac{2}{3}} \quad \text{である}$$

(2) $Y=4$ のとき、$X\geqq Y$ であるから、$X=4, 5, 6$ である。

(i) $X=4$、$Y=4$ となるとき

このようになる確率は

$$\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}\right)\cdot\left({}_4C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4\right)=\frac{1}{192}$$

(ii) $X=5$、$Y=4$ となるとき

このようになる確率は

$$\frac{1}{4}\left({}_5C_4\left(\frac{1}{2}\right)^5\right)=\frac{5}{128}$$

(iii) $X=6$、$Y=4$ となるとき

このようになる確率は

$$\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{6}\right)\cdot\left({}_6C_4\left(\frac{1}{2}\right)^6\right)=\frac{5}{256}$$

(i)〜(iii) より求める確率は

$$\frac{1}{192}+\frac{5}{128}+\frac{5}{256}=\underline{\frac{49}{768}}$$

(3) (2) より、求める条件付確率は

$$\frac{5}{256}\cdot\frac{768}{49}=\underline{\frac{15}{49}}$$